A FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA E A INSERÇÃO DE MÍDIAS DIGITAIS NA ESCOLA

Márcia Rodrigues Notare, Maria Alice Gravina

Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática/IM-UFRGS

marcia.notare@ufrgs.br, gravina@mat.ufrgs.br

Este artigo apresenta resultado de estudo feito em curso de especialização para professores de matemática. O objetivo principal do curso foi o desenvolvimento de competências para usar as mídias digitais na sala de aula. A investigação feita tem foco em uma das atividades proposta em disciplina que discutiu o uso de vídeo como recurso didático. A atividade começou com vídeos sobre arte abstrata e, em seguida, os alunos foram convidados a produzir réplicas de obras de arte usando o software GrafEq A primeira parte do artigo apresenta uma análise do potencial semiótico de GrafEq, baseada na teoria dos registros de representação de Duval. Tomando como referência esta análise, na segunda parte é discutido o processo de construção de três réplicas feitas pelos professores-alunos e é possível concluir que o uso do potencial semiótico de uma ferramenta depende do desenvolvimento de esquemas de uso de seus recursos. Está é uma condição necessária, se o objetivo é utilizar a ferramenta para provocar novas habilidades matemáticas.

Palavras-chaves: mídias digitais, representação semiótica, aprendizagem da matemática

This paper presents the result of a study in a continuing professional program for mathematics teachers that had as main objective the integration of digital medias in the teaching practices. The investigation made has focus in one of the activities proposed in a Course that discussed the use of videos in math classes. The activity started with videos about abstract art and then the students were asked to produce replicas of works of art using the software GrafEq. The first part of the paper presents an analysis of the semiotic potential of GrafEq based on the theory of registers of representation of Duval. Using this analysis, the construction of three replicas are discussed in the second part and it is possible to imply that the use of the semiotic potential of a tool depends on the development of utilization schema of its resources. It is a necessary condition if the aim is to use the tool to provoke new mathematical abilities.

Palavras-chaves: digital medias, semiotic representation, mathematics learning process

INTRODUÇÃO

Pesquisas sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática por meio de recursos didáticos digitais têm sido desenvolvidas desde o trabalho de Papert, na década de 80 e considerável desenvolvimento de teorias vem acontecendo (GUEUDET&TROUCHE, 2010). Um importante foco de pesquisa tem sido quanto ao papel da tecnologia no enriquecimento dos processos cognitivos que permeiam a aprendizagem matemática e os resultados são francamente positivos (MORENO-ARMELLA, HEGEDUS & KAPUT, 2008).

No entanto, a integração das tecnologias na prática de professores de Matemática vem acontecendo de forma um tanto lenta. Isto ocorre, em boa parte, porque uma quantidade considerável de professores fez sua formação antes da ampla divulgação dos recursos didáticos digitais. Assim, é compreensível que eles prefiram manter-se afastados das práticas que fazem uso de tais recursos. Sendo este o cenário, consideramos que programas de formação continuada são de grande importância na aceleração da integração das mídias digitais no dia-a-dia do professor de Matemática.

Este artigo apresenta pesquisa realizada no Curso de Especialização "Matemática, Mídias Digitais e Didática", oferecido na modalidade EAD pelo programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática do Instituto de Matemática da UFRGS. O objetivo maior do Curso foi a capacitação de professores de Matemática no uso de recursos digitais em suas práticas de ensino e, neste sentido, o material didático desenvolvido para o Curso levou em consideração aspectos que podem transformar um recurso digital em poderosa ferramenta para a aprendizagem de Matemática.

O foco da pesquisa a ser aqui apresentada está no quarto módulo da disciplina Mídias Digitais na Educação Matemática II. Esta disciplina tratou do uso de vídeos na prática docente e, neste módulo, a partir de vídeos sobre Arte Moderna, os professores-alunos engajaram-se na construção de réplicas de obras de arte de caráter geométrico, nisso usando o software GrafEq (http://www.peda.com/grafeq/). A construção das réplicas exige a leitura algébrica de formas geométricas. De acordo com Duval (2008), é especialmente no processo de conversão de registros – de geométrico para algébrico e vice-versa – que se constroem os significados matemáticos das equações. Como veremos, os recursos disponíveis no software GrafEq permitem, de forma versátil, esta conversão de registros.

Para melhor entender esta versatilidade do GrafEq, na primeira parte do artigo discutimos o seu potencial semiótico, levando em consideração a teoria dos registros de representação de Duval (2008). Depois apresentamos a proposta de trabalho que foi desenvolvida com os professores-alunos. Estabelecido o cenário teórico e a proposta de trabalho, tratamos da análise da produção das réplicas de obras de arte.

O POTENCIAL SEMIÓTICO DO SOFTWARE GRAFEQ

A tecnologia digital nos coloca à disposição diferentes ferramentas interativas. A versatilidade das interações e o feedback das ferramentas concorrem para a construção dos significados matemáticos que são veiculados pelos sistemas de representação. Isto traz interessantes reflexos nas pesquisas em Educação Matemática, em particular quanto ao papel dos sistemas de representação na aprendizagem da Matemática. As pesquisas falam em sistemas de representação semiótica e esclarecimentos, neste sentido, fazem-se necessários. Ernest (2006) destaca que a Matemática é, por excelência, uma área de produção de conhecimento que faz intenso uso de representação semiótica. O autor reconhece a complexidade de tal sistema e avança na direção de explicitar três aspectos: trata-se de um conjunto de signos expressos através da fala, da escrita, do desenho; um conjunto de regras de produção e de organização dos signos que estabelecem o fluir do discurso; um conjunto de relações entre signos e seus significados, dado por subjacente estrutura matemática. A título de exemplo, trazemos a equação $y=ax^2+bx+c$. Nela, temos: o conjunto de signos {a, b, c, x, x^2, y, =, +}; as regras de utilização de letras a, b e c (são os parâmetros da equação) e das letras x e y (são as variáveis), junto com as regras de manipulações algébricas; as relações entre signos e significados, dadas pelo contexto de determinada estrutura matemática - no caso estamos considerando o conjunto de pares (x, y) de números reais, associados a pontos do plano através de sistema de coordenadas cartesianas, com a estrutura de soma de pares de coordenadas e multiplicação de coordenadas por escalar. Observamos que a mesma equação poderia ser interpretada na estrutura das triplas de números (x, y, z). Os efeitos no registro geométrico realçam a importância da estrutura matemática: no primeiro caso a curva solução da equação é a curva parábola; no segundo, o conjunto solução da equação é uma superfície no espaço tridimensional, que pode ser vista como a união de família de parábolas transladadas segundo a direção dada pela semieixo OZ.

Olhando para a história da Matemática, Duval (2008) observa o quanto o desenvolvimento de sistemas de representação semiótica acompanha a produção de conhecimento matemático. Mas a preocupação maior deste pesquisador é quanto ao papel dos sistemas de representação no processo de aprendizagem da Matemática. Na sua teoria, ao introduzir a ideia de registro, ele está aprofundando nas características de um sistema semiótico: é um sistema que, além de representar conceitos e ideias, tem regras de funcionamento, que permitem a realização de processos matemáticos que levam a novos conceitos e ideias[1]. Ou seja, ao introduzir a noção de registro, Duval realça o potencial dos sistemas semióticos usados na Matemática. E mais, destaca que os objetos matemáticos, no geral, são expressos por meio de diferentes registros. Dentre eles: o registro algébrico com suas regras de funcionamento que, por exemplo, levam à resolução de uma equação; o registro geométrico com regras de tratamento que levam à identificação dos elementos pertinentes de uma figura, e dentro deste registro inclui-se o de natureza gráfica dado por sistema de coordenadas cartesianas e curvas que nele são desenhadas; o registro discursivo em linguagem natural, e também com símbolos, com suas regras convencionais de comunicação.

Outra noção que tem relevância na teoria de Duval (2008) é a de transformação, que explicita o quanto a atividade matemática consiste, essencialmente, de transformações sobre as representações. As transformações desdobram-se em dois tipos: tratamentos, caso em que elas acontecem dentro de um mesmo registro (por exemplo, as manipulações algébricas que resolvem uma equação); conversões, caso em que as transformações transitam entre dois diferentes registros (por exemplo, entender o movimento de rotação transitando entre a geometria e álgebra linear). E na aprendizagem da Matemática, é nas conversões, muito mais do que nos tratamentos, que se encontram as maiores dificuldades dos alunos. Um clássico exemplo de dificuldade é quanto à conversão do registro gráfico de reta dada no plano cartesiano para o registro algébrico, e vice-versa, sendo que a maior dificuldade está na conversão da geometria para a álgebra. Duval apresenta as razões: para fazer a conversão da equação da reta $y = ax + b$ para o registro geométrico, é utilizada uma regra de conversão bem estabelecida, a saber: ao par ordenado de números (x, y) que resolve a equação, é associado um ponto no plano cartesiano - e então o aluno marca localmente tais pontos no sistema de coordenadas, de modo a delinear a correspondente reta. Já para fazer a conversão no outro sentido, é preciso um entendimento global da relação entre as coordenadas dos pontos que pertencem à reta desenhada, para então estabelecer a correspondente equação.

Conforme ilustrado em Duval (2006), frente à solicitação de identificação da equação correspondente às retas dadas no sistema de coordenadas cartesiano, conforme Figura 1, alunos na faixa etária de 15-16 anos tiveram percentual de acerto de 60% na situação (a) e de 25% na situação (b).

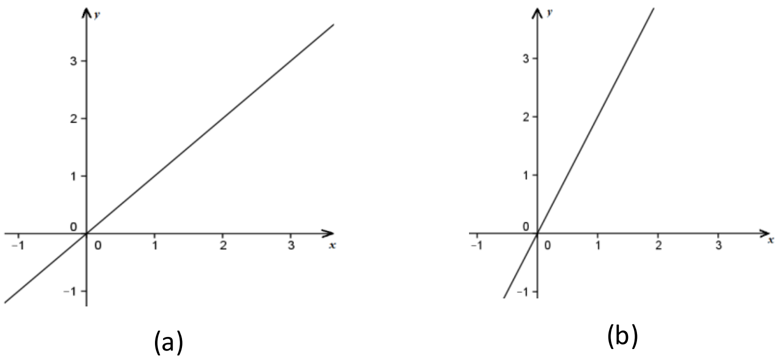

Figura 1: Dificuldades na conversão do registro gráfico para o algébrico

[1] Duval esclarece que nem todo sistema de representação é um registro e este seria o caso, por exemplo, do código binário.

Os percentuais de acertos indicam dificuldades dos alunos. Em particular, o percentual de acerto de 25% da situação (b) provoca a se pensar sobre estratégias de ensino que possam ajudar na superação de dificuldades que se fazem presentes nesta conversão de registros. É dentro deste propósito que vamos analisar o potencial semiótico do software GrafEq. Isto é, vamos mostrar o quanto os recursos nele disponíveis tornam versáteis as conversões de registros. E também vamos apresentar outros recursos que ajudam no desenvolvimento de raciocínios generalizadores que se estruturam através da álgebra. Em Mariotti & Bartolini Bussi (2008) tem-se pertinente discussão sobre o quanto o entendimento do potencial semiótico de um software é determinante na condução de situações didáticas com intencionalidade de aprendizagem de determinado conteúdo.

É para evidenciar o potencial semiótico do software GrafEq que vamos apresentar alguns raciocínios de conversão de registros. O primeiro deles diz respeito à reta bissetriz do ângulo formado pelos semieixos positivos OX e OY: sendo ela a bissetriz de um ângulo que mede 90 graus, o triângulo retângulo assinalado na Figura 2 é isósceles. Portanto, seus catetos têm a mesma medida, o que garante que os pontos da reta têm coordenadas (x, x), ou seja, satisfazem a equação $y = x$; tem-se então a reta bissetriz, agora no registro algébrico.

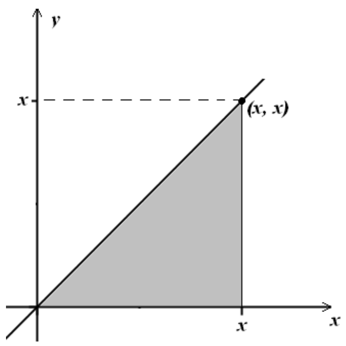

Figura 2: Reta bissetriz de um ângulo de 90 graus

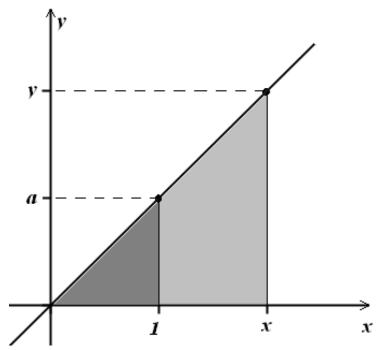

Figura 3: Semelhança dos triângulos retângulos

No caso de reta passando pela origem do sistema de coordenadas, que não horizontal ou vertical[2], a conversão de registro é: iniciamos destacando seu ponto de coordenadas $(1, a)$. Os triângulos retângulos assinalados na Figura 3 são semelhantes e, assim, a razão entre os catetos do triângulo de vértice $(1, a)$ é igual à razão entre os catetos do triângulo de vértice (x, y), o que significa que $\frac{y}{x}=\frac{a}{1}$; tem-se então a reta, agora no registro algébrico, dada por $y = ax$.

Uma nova conversão, agora do registro algébrico $y = ax$ para o registro geométrico, traz um novo significado: esta reta pode ser entendida como resultado da aplicação da transformação de dilatação vertical de fator a à reta $y = x$. De fato, a dilatação vertical de fator a aplicada ao ponto (x, x) resulta no ponto (x, ax), este um ponto da reta $y = ax$, conforme ilustra a Figura 4.

[2] Retas horizontal ou vertical têm conversões de registro muito simples, que só dependem do entendimento de sistema de coordenadas. No registro algébrico, são respectivamente as retas y = constante e x = constante.

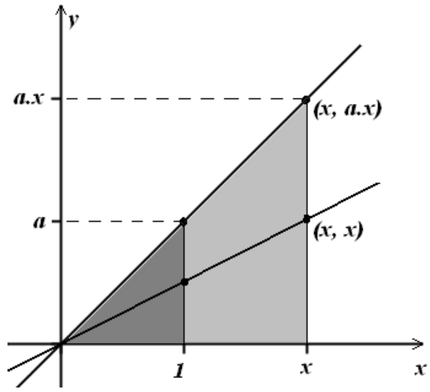

Figura 4: Transformação de dilatação vertical aplicado ao gráfico da função $y = x$

A última conversão de registro, que vamos fazer, diz respeito à reta *r* em qualquer posição no plano. A reta *r´*, paralela à reta r e que passa pela origem do sistema tem, no registro algébrico, a expressão $y = ax$. A reta *r* pode ser vista como resultante da aplicação de uma transformação de translação vertical à reta *r´* e, no registro algébrico, isto corresponde a transformar o ponto de coordenadas (*x*, *ax*) no ponto de coordenadas (*x*, $ax+b$), conforme ilustra a Figura 5. Ou seja, no registro algébrico, a reta *r* é expressa por $y = ax+b$.

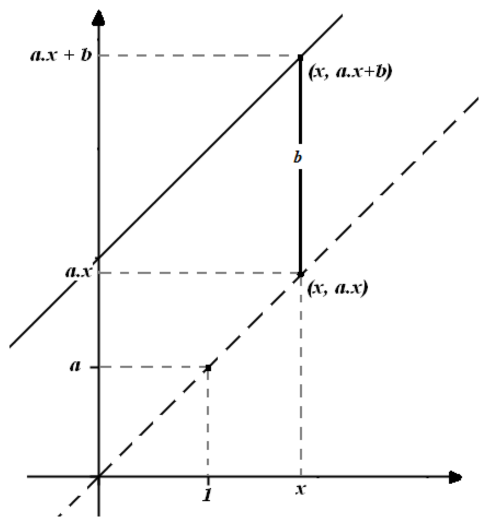

Figura 5: Transformação de translação vertical aplicado à reta $y = ax$

Raciocínios de conversão de registros análogos aos feitos acima podem ser aplicados, por exemplo, no estudo da curva parábola e sua equação $y = d(x-k)^2 + b$, iniciando-se com a conversão da curva geométrica, em posição bem escolhida no sistema de coordenadas, de forma a obter-se no registro algébrico a equação $y = x^2$. Mais geralmente, da mesma forma podem ser tratadas as funções do tipo $y = a \cdot f(x-k)+b$, partindo-se do gráfico e da expressão algébrica da função $y = f(x)$, o mais simples possível.

Na interface do GrafEq, as conversões de registros discutidas acima são produzidas com versatilidade, mas agora do registro algébrico para o geométrico. Este é um aspecto do seu potencial semiótico que pode muito ajudar na aprendizagem das equações e relações envolvendo as coordenadas (*x*, *y*) de pontos no plano. Na área de trabalho do GrafEq, tem-se dois tipos de janelas: janelas para registro algébrico e janelas para registro gráfico. Conforme ilustra a Figura 6, diferentes registros algébricos (feitos em cinco janelas de álgebra) convertem-se em formas geométricas, em uma única janela de registro geométrico.

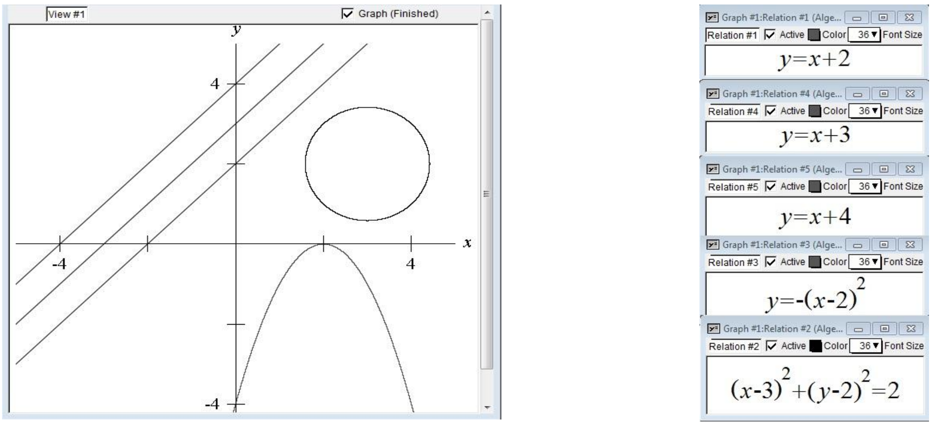

Figura 6: Conversão de registros no GrafEq

Outro recurso do GrafEq é a possibilidade de equações com parâmetros. Pode-se produzir, na janela de geometria , uma família de curvas dada por expressão algébrica que usa uma única janela de álgebra. A Figura 7 ilustra o recurso: os parâmetros a e b correspondem a dilatações e/ou translações verticais aplicadas à reta $y = x$.

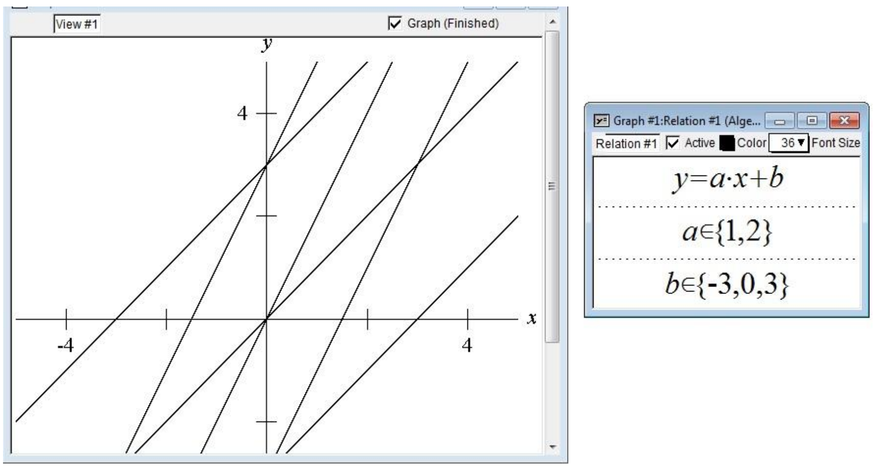

Figura 7: Família de retas construídas a partir de parâmetros no GrafEq

Aqui voltamos à dificuldade dos alunos registrada em Duval (2006), especialmente quanto à conversão de registro geométrico para algébrico: o uso de parâmetros, no GrafEq, torna mais evidente a relação entre equação algébrica e efeitos de dilatação e/ou translação verticais aplicadas à reta $y = x$. Diríamos que tal entendimento da equação, via variedade de transformações, atende o caráter de entendimento global da relação entre as coordenadas dos pontos que pertencem à reta, segundo Duval uma habilidade necessária para expressar a equação de uma dada reta.

Outro recurso do GrafEq é a representação de regiões no plano por meio de relações de desigualdades. A intersecção de regiões é produzida a partir da inclusão de diferentes relações de desigualdade em uma mesma janela de álgebra. A Figura 8 ilustra este processo: o setor circular é resultado da intersecção de três regiões.

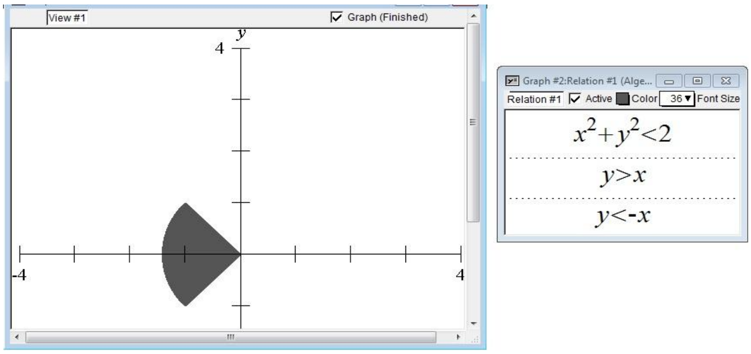

Figura 8: Intersecção de regiões no plano por meio de relações de desigualdades

O potencial semiótico deste recurso está na provocação do entendimento de uma forma geométrica como sendo a intersecção de conjuntos-soluções de diferentes desigualdades. Em experiências com alunos, muitas vezes, detectamos conflitos cognitivos frente à aparente não resposta do software ao desenho de forma resultante de intersecções de conjuntos – os alunos não entendem, de imediato, que a intersecção solicitada via desigualdades algébricas é um conjunto vazio e que, portanto, o software está respondendo de forma adequada.

É interessante observar que, na construção de formas geométricas, o raciocínio algébrico pode ser mais ou menos estruturado. Por exemplo, se na construção de réplica da obra de arte é colocada a exigência de não haver sobreposição de formas, na janela de álgebra é preciso fazer intersecção de regiões. Na Figura 9 temos duas formas de obter um mesmo anel circular: em (a) tem-se duas janelas de álgebra, uma para o círculo cinza e a outra para círculo branco que é sobreposto ao cinza; em (b) tem-se uma única janela de álgebra, resultado de raciocínio que usa maior estruturação algébrica.

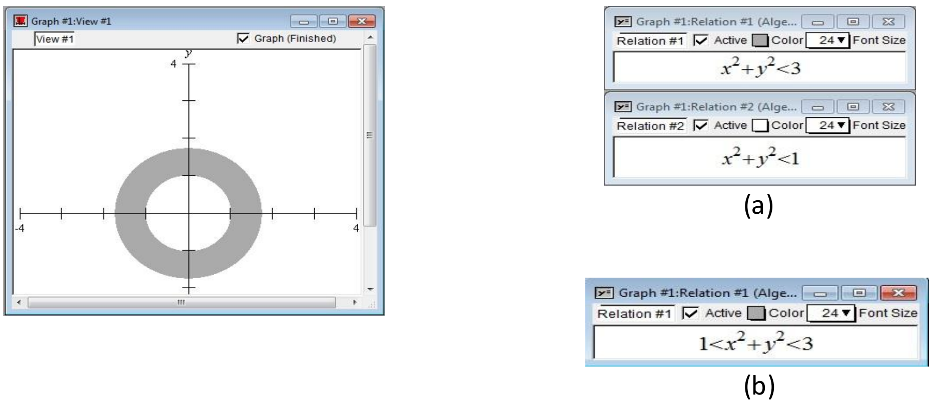

Figura 9: Anel circular e estruturação algébrica

No GrafEq, com o uso de parâmetros, também é possível obter a união de regiões em uma única janela de álgebra. Na Figura 10 temos um exemplo simples: uma coleção de retângulos. O potencial semiótico deste recurso está na possibilidade de desenvolvimento de raciocínio generalizador que dá identidade à coleção de figuras, via registro algébrico.

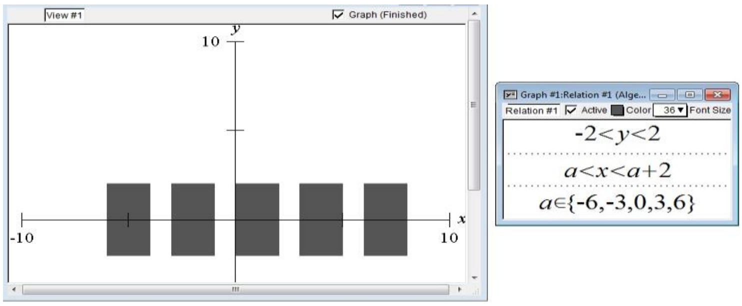

Figura 10: União de regiões no plano por meio do uso de parâmetros

Finalizamos esta seção nos colocando na mesma posição de Misfeldt (2008). Em seu trabalho, destaca que os aspectos semióticos de um software contribuem para um melhor entendimento dos significados que são veiculados pelos significantes. Este é o potencial que procuramos identificar no GrafEq e diríamos que as estruturações algébricas mais elaboradas são reveladoras de maiores habilidades para fazer conversões do registro geométrico para algébrico. Na próxima sessão, vamos ilustrar de que forma tratamos de tirar proveito deste potencial ao propor a atividade de construção de réplicas de obras de arte de natureza geométrica. O ponto de partida da atividade foi a escolha de uma obra abstrata geométrica e o desafio foi converter para relações algébricas as formas que nela estão.

MATEMÁTICA E ARTE COM O SOFTWARE GRAFEQ

O Curso de Especialização “Matemática, Mídias Digitais e Didática” teve como objetivo capacitar professores de Matemática para o uso de mídias digitais em suas práticas de sala de aula. Vale ressaltar que os conteúdos do Curso enfatizaram tanto os conceitos matemáticos, quanto as competências para bem utilizar o potencial semiótico dos softwares.

No desenvolvimento do material didático, levou-se em consideração o importante papel dos sistemas de representação na aprendizagem da Matemática, bem como a necessidade de desenvolvimento de esquemas de uso do software. Conhecendo de antemão o potencial semiótico dos softwares, preparamos atividades que exigiam esquemas de uso relacionados às transformações de registros, especialmente as conversões entre geometria e álgebra (BURIGO&outros, 2012).

Cada disciplina do Curso teve um website próprio. Os websites mantiveram a mesma organização de interface, conforme Figura 11, de modo a tornar a navegação fácil e intuitiva. Na esquerda da interface tem-se, na vertical, menu com os módulos da disciplina. Cada módulo tem os sub-menus: (i) *Objetivos* – responde à questão “O que vamos estudar neste módulo?”; (ii) *Atividades* – traz as atividades a serem desenvolvidas, pensadas sob os aspectos matemático, didático e tecnológico; (iii) *Conteúdos* – apresenta os conteúdos matemáticos da atividade; (iv) *Recursos* – disponibiliza tutoriais sobre os softwares a serem utilizados; (v) *Complementos* – sugere materiais adicionais para aprofundar os conteúdos trabalhados no módulo. No que segue vamos nos concentrar na apresentação da disciplina “Mídias Digitais na Educação Matemática II” (material em http://www.ufrgs.br/espmat).

Figura 11: Site da disciplina Mídias Digitais II

Esta disciplina tratou do potencial do uso de vídeos nas aulas de Matemática, com diferentes enfoques, e se organizou em quatro módulos: o primeiro discutiu a questão do uso de vídeos na sala de aula; o segundo iniciou com um vídeo produzido por um professor, com objetivos relacionados com conteúdos e habilidades matemáticas; o terceiro utilizou vídeos produzidos pela TV Escola, com conteúdos específicos de matemática; e o quarto módulo trabalhou com vídeos sobre arte moderna.

O quarto módulo usou o vídeo para despertar o olhar que vê a presença da geometria em muitas obras de arte de caráter abstrato. Após assistirem vídeos sobre o trabalho de diferentes artistas, dentre eles Wassily Kandinsky, Kasimir Malevich e Piet Mondrian, os professores-alunos foram convidados a produzir réplicas de obras usando o software GrafEq – esta foi a *Atividade* do módulo. Animações digitais interativas tratando de movimentos de gráficos e correspondentes expressões algébricas - os rudimentos de conversões de registro – foram disponibilizadas em *Conteúdos*. Na animação, parâmetros que estão na expressão da curva podem ser alterados e, de forma simultânea, tem-se o efeito de movimento na curva (translação horizontal/vertical e dilatação/contração vertical/horizontal). A Figura 12 ilustra o movimento de translação horizontal.

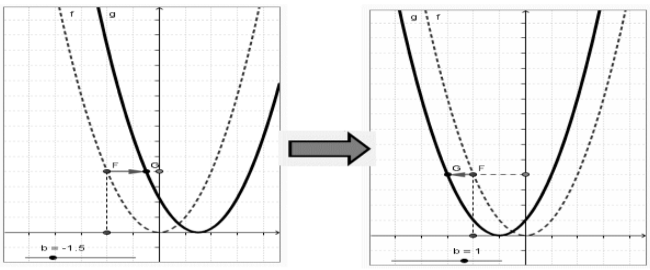

Figura 12: Objeto de aprendizagem sobre movimentos de gráficos

Em *Recursos*, prevendo possíveis dificuldades no uso de um software desconhecido, foram disponibilizados materiais de apoio, tais como: (i) uma apresentação da interface do software, com suas principais janelas e recursos; (ii) um vídeo detalhando a construção de alguns elementos geométricos, tais como triângulos, retângulos e círculos.

Análise da produção dos professores-alunos

Na apresentação da análise das réplicas construídas pelos professores-alunos, vamos colocar atenção no uso que fizeram, ou que poderiam ter feito, do potencial semiótico do GrafEq nos aspectos relativos à conversão de registros apontados na seção anterior.

Na Figura 13, temos um dos trabalhos: uma obra de Wassily Kandisky e sua réplica. Na construção, uma composição de anéis circulares multicoloridos, o professor-aluno tratou cada anel de forma isolada. Desta forma, foi preciso usar um grande número de janelas de álgebra, cada uma delas envolvendo uma relação de desigualdade aplicada à equação de determinado círculo. O procedimento de construção foi longo e repetitivo.

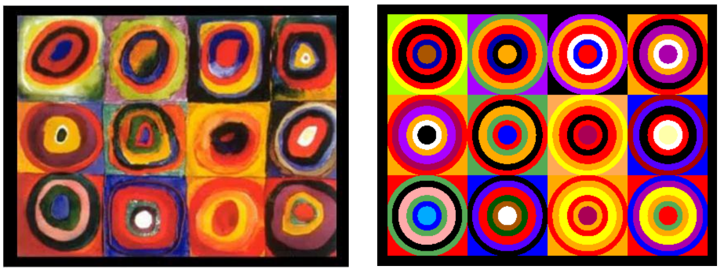

Figura 13: Obra de Kandisky, à esquerda e reprodução da mesma obra, à direita

No caso desta obra, a riqueza matemática não está na diversidade das relações a serem utilizadas (sempre um mesmo tipo de relação), mas no raciocínio generalizador que pode ser estruturado na janela de álgebra. Na réplica construída pelo professor-aluno, têm-se muitos anéis de mesma cor. A possibilidade de uso de equações/desigualdades com parâmetros, oferecida pelo GrafEq, permitiria a construção de coleção de anéis usando-se uma única janela de álgebra. A Figura 14 ilustra uma tal construção: nove anéis de mesma cor foram construídos usando-se uma única janela de álgebra, sendo que nela tem-se dois parâmetros.

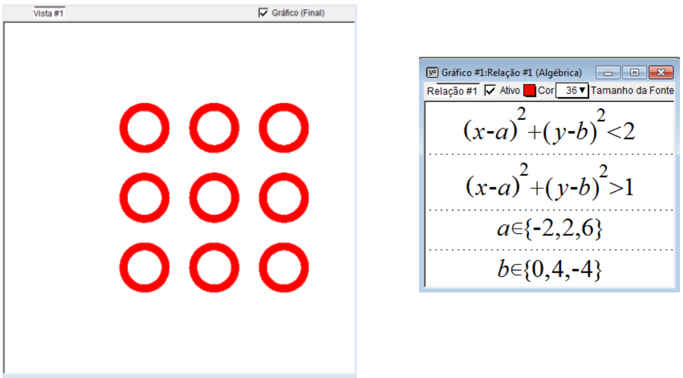

Figura 14: União de regiões no GrafEq

No processo de construção da réplica, o autor não chegou a tirar maior proveito do potencial semiótico do GrafEq. Pode-se dizer que aos seus esquemas de utilização de recursos do software ainda não foi integrado aquele que permite expressar uma estratégia generalizadora – no caso a construção de união de regiões usando-se uma única janela de álgebra. A ideia de interseção de regiões também não foi utilizada: na construção foi feita a sobreposição de discos coloridos – disco de raio menor foi sobreposto a disco de raio maior, de forma a causar a impressão de anel. Aqui também, uma maior estruturação algébrica poderia ter sido feita.

Na Figura 15, temos outra produção: uma tela de Kasimir Malevich e sua reconstrução no GrafEq. Segundo o autor do trabalho, "*para construir a réplica da obra, os conteúdos utilizados foram funções polinomiais, função constante, intervalos reais, circunferência, elipse e operações gráficas com funções*.". De fato, o que pode ser destacado deste trabalho é a diversidade de relações algébricas que foram utilizadas, o que revela o uso do potencial semiótico do GrafEq quanto à conversão do registro geométrico (observado na obra) para o registro algébrico (relação explicitada na janela de álgebra). Para construir a réplica, o professor-aluno teve que analisar a obra original, identificar as possíveis relações matemáticas que poderiam ser utilizadas, determinar as transformações a serem aplicadas ao gráfico e controlar os parâmetros, para ter então resultado que se aproxima, ao máximo, da obra escolhida. O intenso processo de conversão de registros aconteceu junto com o entendimento global das relações a serem utilizadas, está uma condição essencial quando se trata de conversão de registro geométrico para algébrico.

Figura 15: Obra de Kasimir Malevich, à esquerda e reprodução da mesma obra, à direita

Vamos analisar mais uma produção, a ilustrada na Figura 16. Neste trabalho, fomos surpreendidos tanto com a diversidade de relações matemáticas quanto com o raciocínio generalizador do professor-aluno. Quanto à diversidade de formas: são retas, elipses, triângulos e retângulos em diferentes posições.

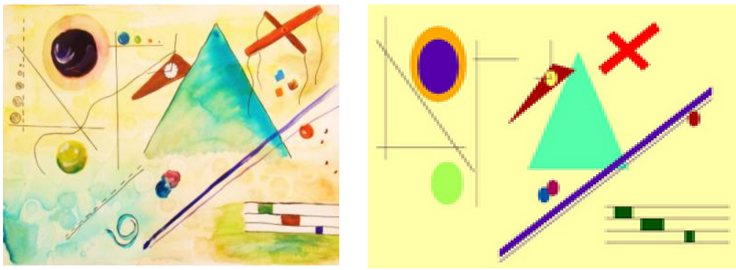

Figura 16: Obra de Kandisky, à esquerda e reprodução da mesma obra, à direita

Observamos que a estruturação algébrica mais cuidadosa só pode ser aplicada em figuras que guardam a mesma cor, e foi assim que procedeu o professor-aluno para construir a família de retângulos e a família de segmentos paralelos que estão no canto inferior direito da obra. Neste caso, conforme ilustra a Figura 17, foi utilizado o operador *if* em duas janelas de álgebra: na primeira para estabelecer condições de existência para os retângulos e na segunda para os segmentos paralelos, o que evidencia raciocínio que visa a generalização.

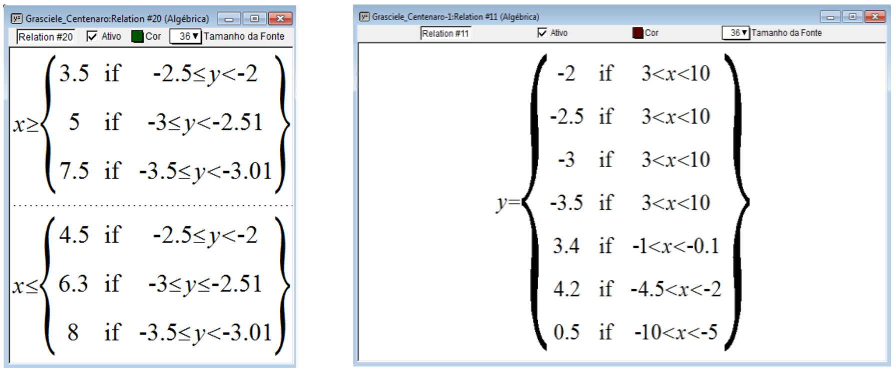

Figura 17: Janelas de álgebra utilizadas pelo professor-aluno

Vale observar que nestas duas famílias de formas geométricas (retângulos e segmentos), a construção em separado de cada forma seria bem mais simples. Por exemplo, no caso da família de retângulos, bastaria usar três janelas de álgebra, cada uma delas com relações do tipo $a<x<b$ e $c<y<d$. No entanto, frente ao desafio de obter as duas famílias de figuras usando exatamente duas janelas de álgebra, uma para cada família, o professor-aluno se empenhou para obter solução estruturada. Neste caso, foi o potencial semiótico do operador *if*, um recurso disponível no software, que desencadeou a busca do raciocínio generalizador no processo de conversão de registros.

Os trabalhos aqui analisados são uma amostra daquilo que foi produzido pelos professores-alunos. Outras réplicas, também ricas em formas geométricas, foram postadas no espaço de publicação organizado no ambiente virtual de aprendizagem Moodle.

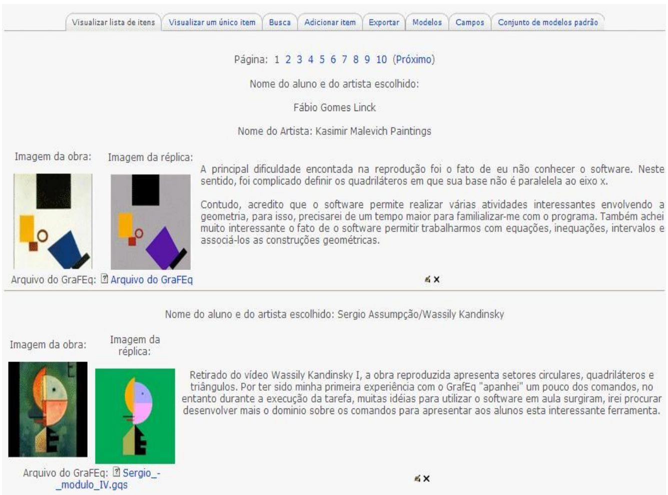

Figura 17: Interface do Banco de Dados no ambiente Moodle

O espaço, na forma de "Banco de Dados", se transformou em galeria de réplicas de obras. As réplicas, no geral, foram bastante fiéis à obra original, mas algumas delas poderiam ser classificadas como construções inspiradas pela obra de arte (por exemplo, a primeira produção analisada). Todas elas foram originais, em maior ou menor grau, nas soluções de conversão de registros. Na Figura 17, têm-se duas das réplicas publicadas na galeria. O autor da segunda réplica assim se manifestou: "*Por ter sido minha primeira experiência com o GrafEq, apanhei´ um pouco dos comandos. No entanto, durante a execução da tarefa, muitas ideias para utilizar o software em aula surgiram. Vou procurar desenvolver mais o domínio sobre os comandos para apresentar aos alunos esta interessante ferramenta.*". Vemos na última parte de sua manifestação, a indicação de necessidade de maior entendimento do potencial semiótico do software GrafEq.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nossa análise da produção dos trabalhos produzidos pelos professores-alunos evidenciou que o desenvolvimento de esquemas de uso de um software, de forma a usar com proveito seus recursos, depende muito do entendimento que se tem do seu potencial semiótico.

Conteúdos de matemática relativos e funções e movimentos de gráficos foram trabalhados, antes de dar-se início à produção das réplicas. Mas quanto ao potencial semiótico do software, não houve uma discussão mais sistematizada, especialmente quanto aos recursos que permitem expressar algebricamente a intersecção e união de regiões. Isto pode explicar a modesta estruturação algébrica nas conversões de registro feita pelos professores-alunos, por nós detectada na grande maioria das produções.

Tem-se assim um alerta: a utilização do potencial de um software depende muito do entendimento que se tem das representações semióticas que nele se tem a disposição. Sem este domínio, torna-se difícil para o professor projetar atividades de forma tal que o software provoque o desenvolvimento de esquemas de uso que realmente façam diferença no processo de aprendizagem da Matemática. Diríamos que com as mídias digitais que já temos a disposição, pesquisas sobre a importância dos sistemas de representação semiótica nos processos de aprendizagem tem agora um novo viés. A pergunta que se coloca é: o quanto os sistemas de representação semiótica, cada vez mais dinâmicos, podem contribuir para o desenvolvimento do pensamento matemático na escola? É nesta direção que se insere este artigo.

Referências

Búrigo, E.Z., Basso ,M.V., Garcia, V.C. & Gravina,M. A.(2012). *Matemática, mídias digitais e didática: tripé para formação do professor de matemática*. 1. ed. Porto Alegre: EVANGRAF, 2012. v. 1. 180p .

Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61, (pp. 103-131). Dordrecht: Kluwer Academic Publisher.

Gueudet.G. & Trouche,L.(2010). *Ressources vives, Le travail documentaire des professeurs en mathématiques* (Eds). Colection "Paideia", Press Universitaire de Rennes.

Marriotti, M. A. & Bartolini Bussi, M. G. (2008). Semiotic mediation in the mathematics classroom: artifacts and signs after a Vygotskian perspective. In L. English, M. Bartolini Bussi, G. Jones, R. Lesh, and D. Tirosh (Eds.), *Handbook of International Research in Mathematics Education* (pp. 746-783). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

Misfeldt. M. (2008) Semiotic instruments: considering technology and representation as complementary. *Proceedings of Cerme 6 in http://ife.ens-lyon.fr/editions/editions-electroniques/cerme6/*

Moreno-Armella,L., Hegedus,S. & Kaput,J. (2008). From static to dynamic mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 68, 99-111.