

UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ESTUDO DE TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS COM O USO DE RECURSOS COMPUTACIONAIS

Liliane Rose Refatti, Eleni Bisognin

UNIFRA, UNIFRA

lilianerefatti@hotmail.com, eleni@unifra.br

In this work it was investigated the contributions of the Didactic Engineering Methodology with the softwares GeoGebra and Cabri 3D in the comprehension of the concept of geometric transformation, in a group from the Mathematics Graduation Course. It was questioned if the Dynamic Geometry environments promote the development of geometric abilities of students; if the interaction provided by the softwares helped in the process of construction of knowledge related to the geometric transformations; the way how students make use of the tools and/or resources of GeoGebra and Cabri 3D in the learning process of the geometric transformations content. The methodology of study based itself in the presupposes of the Didactic Engineering of Artigue (1996). The participants of this research were the students enrolled in the subject Geometry I from the Mathematics Course. There were done activities that involved the geometric transformations, in plain and space, where students had the opportunity to see and analyse the possible positions each picture could assume when some specific movement was done. Based in the study done and in the analysis of the data collected from the observations of the teacher and the constructions produced by students, as well as from the questionnaire done by the end of the research, it was possible to verify that the students interaction with the softwares when working with the sequence of the created activities facilitated visualization and mental assimilation of the contents worked.

Palavras-chaves: Engenharia Didática. Geometria Dinâmica. Visualização. Transformações Geométricas.

INTRODUÇÃO

Os ambientes informatizados permitem uma perspectiva inovadora para o ensino da Matemática. Muitos deles são direcionados ao ensino de Geometria, conhecidos como ambientes de Geometria Dinâmica, que oferecem diversas soluções que viabilizam as construções e ajudam a superar certas dificuldades ligadas ao ensino dessa disciplina, tais como: a percepção visual de entes matemáticos, a construção de conjecturas e o raciocínio lógico.

Muitas vezes a Matemática é vista, como uma disciplina difícil; distante da realidade; em alguns casos, sem utilidade; sem espaços para a criatividade, o que gera em muitos alunos a crença de que ela é destinada para poucos. Contudo, observa-se que cada vez mais professores buscam desmistificar esse fato. Segundo Dias (2007), a motivação é a palavra-chave, pois o aluno precisa de estímulos para aprender.

Nesse sentido, nos últimos anos, os ambientes de Geometria Dinâmica têm-se tornado indispensáveis para o ensino e aprendizagem de conteúdos geométricos. A questão é verificar como os alunos compreendem e percebem a geometria num ambiente dinâmico propiciado pelo uso de um *software*. Os *softwares* de Geometria Dinâmica são suportes que permitem representar graficamente certas situações que não conseguimos reproduzir apenas com o lápis e o papel, pois é a partir da interpretação da imagem visual construída que o aluno irá estruturar seu raciocínio.

Carneiro (*apud* GRAVINA, 2001) esclarece que os ambientes de Geometria Dinâmica são ferramentas computacionais que proporcionam imagens visuais e oferecem recursos de manipulação sobre os elementos das figuras geométricas. Elas contribuem para o desenvolvimento

de habilidades, e conseqüentemente o aluno perceberá diferentes representações de uma mesma situação, levando-o a descobrir as propriedades das figuras geométricas.

A imaginação e o raciocínio podem ser desenvolvidos por meio da visualização, da observação, da exploração das propriedades de uma figura, como aponta Gravina (2010) “não há dúvidas de que aprendemos e entendemos melhor as propriedades de algum modelo quando temos a oportunidade de vê-lo, manipulá-lo, e mais ainda, construí-lo.” (p. 2).

Os documentos oficiais ressaltam que as tecnologias da comunicação, especialmente da informática, surgem como um dos “caminhos para se ‘fazer Matemática’ na sala de aula” (BRASIL, 1998, p.42). O uso desses recursos, segundo os PCN (BRASIL, 1998) trazem significativas contribuições para repensar o processo de ensino e aprendizagem de Matemática.

Os *softwares* Cabri 3D e GeoGebra proporcionam aos alunos visualizar o movimento das transformações geométricas trabalhadas no plano e no espaço, bem como analisar e verificar propriedades e construir conjecturas.

A pesquisa aqui relatada teve como objetivo principal investigar um grupo de alunos do Curso de Licenciatura, na disciplina de Geometria I, trabalhando em um ambiente computacional com atividades envolvendo transformações geométricas no plano e no espaço com o auxílio do *software* Cabri 3D e o GeoGebra. As questões que orientaram o trabalho foram: as interações propiciadas pelos *softwares* auxiliam no processo de construção do conhecimento relativo às transformações geométricas no plano e no espaço? As ferramentas e/ou recursos do Cabri 3D e do GeoGebra podem facilitar a aprendizagem dos alunos sobre este conteúdo?

Este trabalho é estruturado da seguinte forma. Inicialmente, na introdução, abordou-se a importância dos ambientes de Geometria Dinâmica e do uso de *softwares* para o ensino de Geometria destacando sua importância, fundamentada em autores que investigam as vantagens de sua utilização.

Na segunda seção é apresentada a pesquisa desenvolvida e a metodologia empregada. Na terceira seção, é apresentado um relato dos resultados, de forma a destacar a produção dos alunos, desde a introdução da atividade, seu desenrolar, e as conjecturas que os próprios alunos levantaram. Na última seção são apresentadas algumas considerações acerca da pesquisa desenvolvida e dos resultados obtidos.

SITUANDO A PESQUISA E A METODOLOGIA EMPREGADA

O trabalho aqui relatado é parte de uma pesquisa de caráter qualitativo desenvolvida na elaboração da dissertação de mestrado em Ensino de Matemática da primeira autora. Ele foi desenvolvido numa turma de oito alunos de um curso noturno de Licenciatura em Matemática, na disciplina de Geometria I. Destaca-se que esses alunos integrantes da pesquisa, entraram em contato com o conteúdo de transformações geométricas e os conceitos de reflexão, translação e rotação pela primeira vez, com o desenvolvimento das atividades elaboradas especificamente para esta pesquisa. O grupo se reuniu 4 horas semanais durante duas semanas do primeiro semestre de 2012. Para o desenvolvimento das atividades o curso de licenciatura disponibilizou uma sala equipada com microcomputadores, sendo um para cada aluno, em que o *software* Cabri 3D e o *software* GeoGebra estavam disponíveis. Foram desenvolvidas um total de vinte e seis atividades, sendo doze as atividades trabalhadas no espaço, essas atividades foram previamente elaboradas, considerando-se os resultados de uma avaliação diagnóstica aplicada aos alunos, com o propósito de verificar o conhecimento deles sobre os conceitos de reflexão, translação e rotação de figuras planas e de figuras espaciais. Neste trabalho destacamos algumas atividades que tiveram como propósito explorar os eixos e os planos de simetria, bem como o conceito de reflexão, translação e rotação de uma figura espacial utilizando o *software* Cabri 3D. Os alunos trabalharam em duplas e individualmente e foram incentivados a discutir suas ideias com outros colegas e registrar suas descobertas. Os registros escritos dos alunos e as observações feitas pela professora em seu diário de campo constituíram o material que

analisado, possibilitou conhecer os avanços dos alunos e a apropriação dos conceitos trabalhados em um ambiente computacional.

A metodologia utilizada nessa pesquisa foi a Engenharia Didática. A sua escolha justificou-se, segundo Pais (2008), porque ela “possibilita uma sistematização metodológica para a realização prática da pesquisa, levando em consideração as relações de dependência entre teoria e prática” (p. 99).

Artigue (1996) considera a metodologia da Engenharia Didática como uma metodologia de pesquisa, sendo caracterizada por um esquema experimental com base em realizações didáticas em sala de aula. Tais esquemas são compostos pela construção da sequência didática, aplicação, observação e análises, bem como os registros do professor e validação das atividades desenvolvidas.

Para Pais (2008), a sequência didática é constituída por um determinado número de aulas planejadas e analisadas previamente tendo como alvo a observação das situações de aprendizagem, envolvendo os conceitos previstos.

Este trabalho foi desenvolvido seguindo as fases estabelecidas na Engenharia Didática. Primeiramente foram feitas as análises preliminares, constituídas por um teste diagnóstico, para avaliar os conhecimentos prévios dos alunos sobre as transformações geométricas, e um levantamento histórico sobre a evolução de padrões geométricos. Com base nesses resultados foi elaborada uma sequência didática em que, para cada atividade, foram feitas as análises *a priori* para ter-se uma previsão das possíveis dificuldades ou obstáculos para a compreensão do conceito. Em seguida teve-se a fase da realização da engenharia ou da experimentação. Neste momento, ocorreu o contato da professora com os alunos. Foi firmado o contrato didático com os alunos, aplicada à sequência didática e feito o registro das observações realizadas no decorrer da experimentação. Por último foram feitas as análises *a posteriori*, isto é, foram confrontadas as análises *a priori* com as soluções dos alunos.

A EXPERIÊNCIA REALIZADA

Uma das atividades proposta para os alunos tinha por base a construção da roda gigante. A Roda Gigante é um brinquedo típico dos parques de diversão. Ela é formada por duas rodas paralelas que giram em torno do mesmo eixo, é suspensa por duas torres verticais que sustentam os bancos oscilantes para duas ou mais pessoas. Uma representação é mostrada na figura a seguir, construída pela professora com o auxílio do GeoGebra.

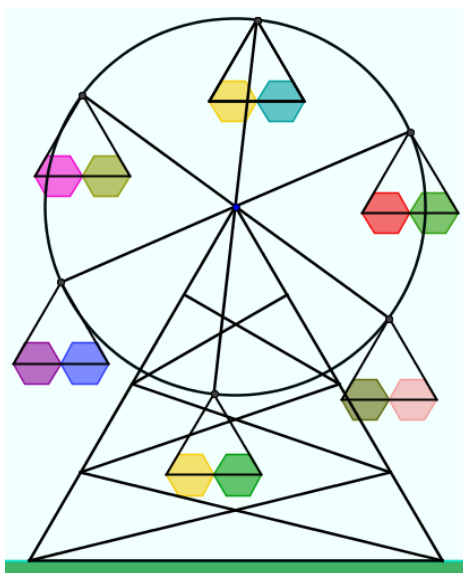


Figura 1: Roda Gigante

Analisada a figura a Professora indagou: que figuras geométricas e que movimentos deveremos usar na construção da Roda Gigante?

Os alunos iniciaram desenhando uma circunferência, marcaram o centro A e um ponto B sobre a circunferência. Em seguida, para movimentar os bancos da roda gigante, foi realizada uma rotação do ponto B de um ângulo α , por meio da ferramenta “controle deslizante” obtendo-se o ponto B'. A seguir dividiram a circunferência em partes iguais e foi rotacionado o ponto B' em torno do ponto A, por um ângulo fixo. Neste caso foi utilizado um ângulo de 60° , como mostrado na Figura 2.

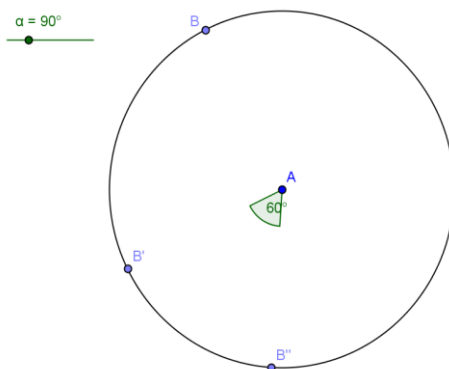


Figura 2: Rotação do ponto B' por um ângulo fixo

O próximo passo foi desenhar os bancos da roda gigante. O desenho dos bancos foi feito seguindo os seguintes passos determinados pela professora:

- Construa uma circunferência de centro C e marque um ponto D sobre ela. Trace outra circunferência de raio igual a medida do segmento CD, indicando por E a intersecção das duas circunferências e construa um triângulo com a ferramenta “polígono” como mostrado na Figura 3.

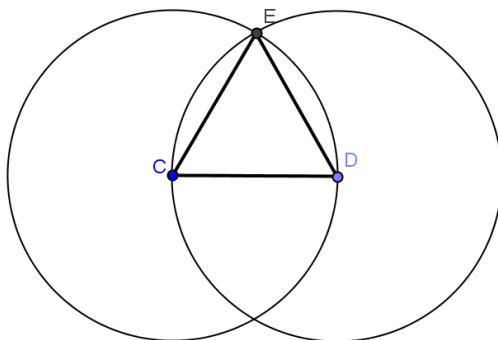


Figura 3: Construção do triângulo

- Marque o ponto médio F do segmento CD e o ponto médio G do segmento de reta FD, trace um segmento de reta DG e com a ferramenta “compasso” construa uma circunferência de centro D e raio DG, como na Figura 4.

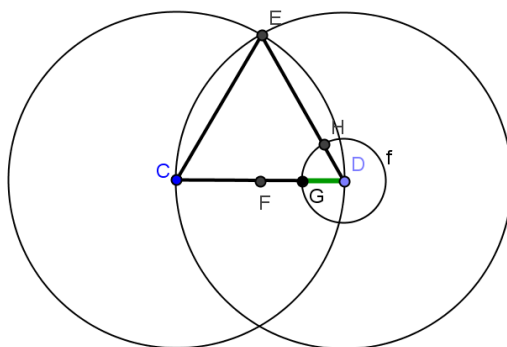


Figura 4: Etapa da construção da cadeira da Roda Gigante

- c) Marque o ponto H, intersecção da circunferência f com o polígono CDE; com a ferramenta “polígono regular” trace um hexágono que passa pelos pontos D e H e trace um vetor u com ponto inicial em G e final em F e transladando o ponto F segundo este vetor, conforme a Figura 5, a seguir.

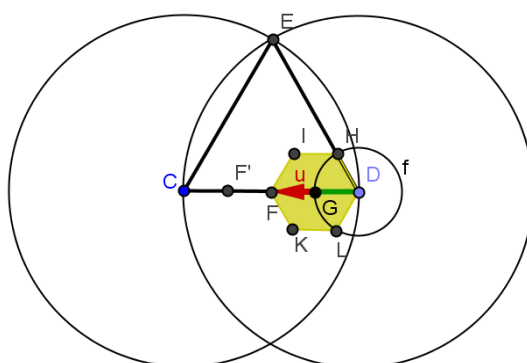


Figura 5: Etapa da construção da Roda Gigante

- d) Trace um vetor v com ponto inicial em G e final em F' e translate o hexágono segundo este vetor. A translação é mostrada na Figura 6.

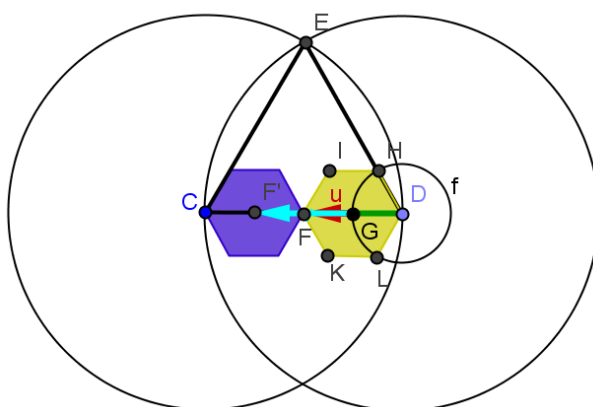


Figura 6: Translação do hexágono

- e) Na sequência, com a ferramenta “exibir objeto”, faça uma “limpeza” na imagem e pode colorir conforme sua preferência. Em seguida trace um vetor w unido os pontos E e B', translate, o polígono acima construído, segundo o vetor w , como mostrado na Figura 7.

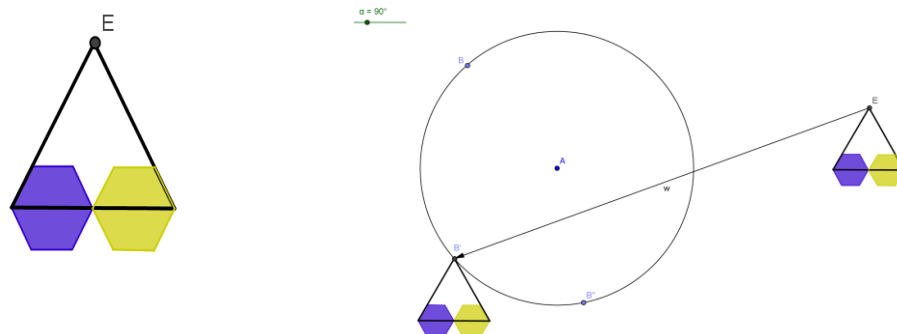


Figura 7: Translação do hexágono

- f) Para finalizar a construção faça as translações nos demais pontos, repetindo o passo acima e utilizando a ferramenta “exibir objeto”. Esconda os objetos não desejados para ter a representação da Roda Gigante da Figura 8. Para que a roda se movimente basta animar o seletor.

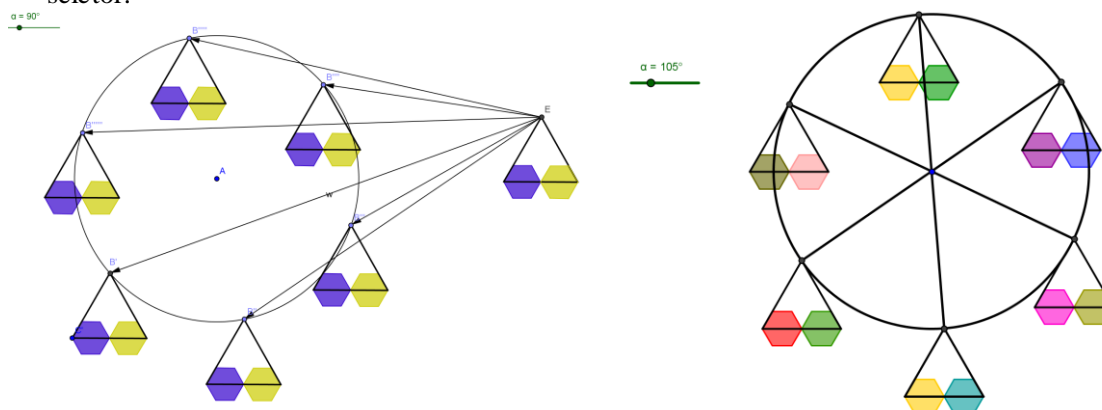


Figura 8: Roda Gigante

Cada etapa da construção foi feita pela professora e pelos alunos e ao final da atividade cada aluno deu um colorido especial ao seu desenho.

Numa outra atividade foi apresentado um cubo como a figura a seguir.

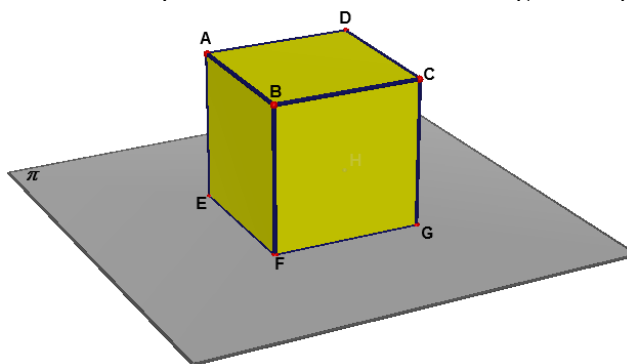


Figura 9: Cubo

Foi solicitado aos alunos que traçassem os planos de simetria. Pretendia-se com essa atividade que os alunos identificassem os nove planos de simetria como representados nas figuras a seguir.

Três planos podem ser obtidos por meio do ponto médio das arestas das faces paralelas.

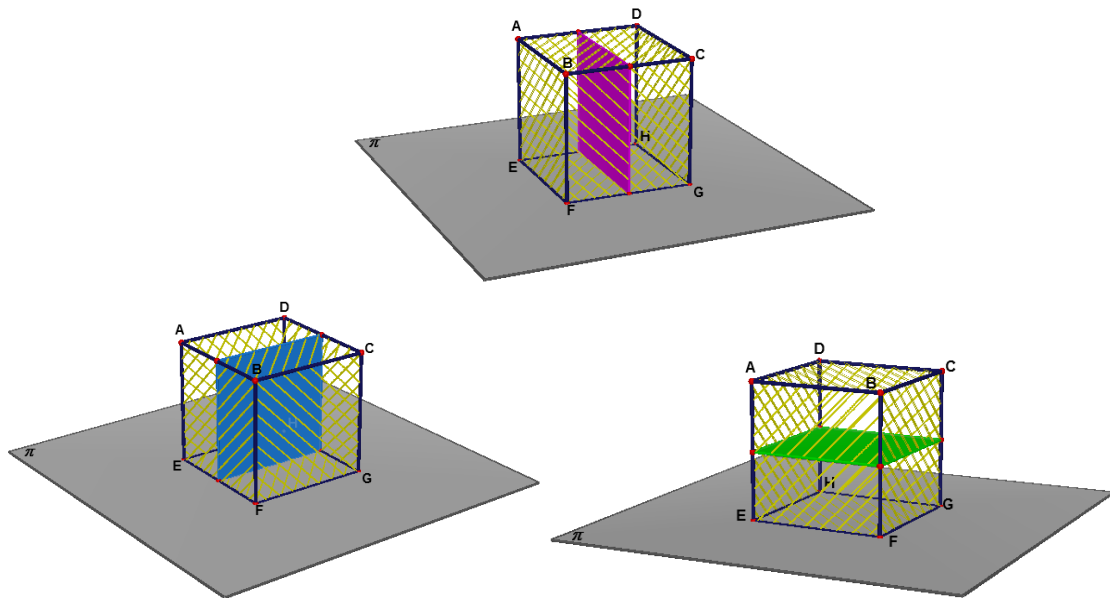


Figura 10: Planos de simetria encontrados por meio do ponto médio

Quatro planos de simetria podem ser encontrados através das arestas reversas entre faces paralelas.

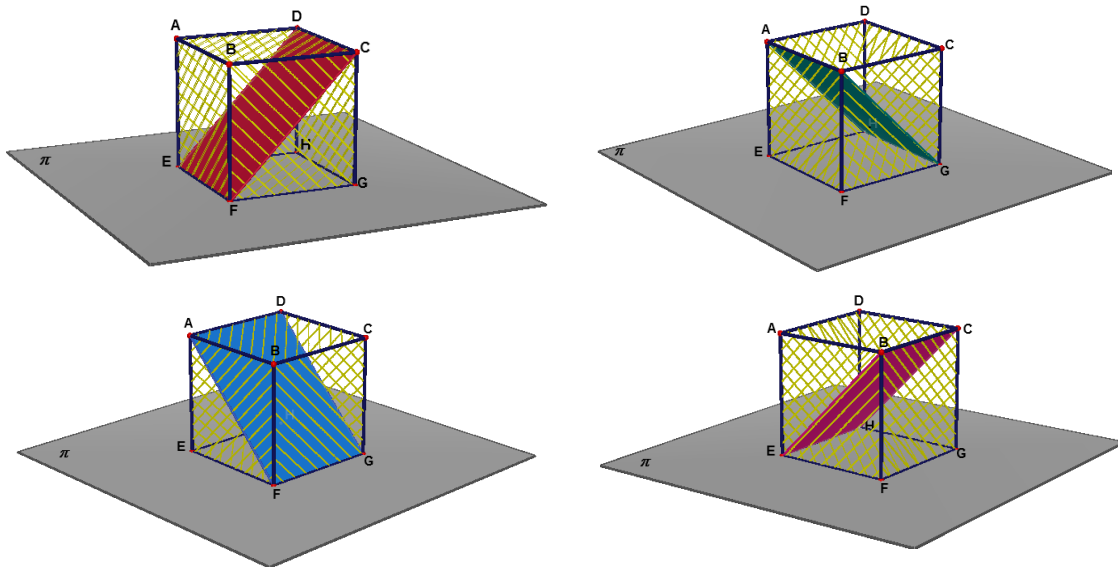


Figura 11: Planos de simetria encontrados por meio das arestas reversas entre faces reversas

Os outros dois planos de simetria podem ser obtidos considerando diagonais do cubo.

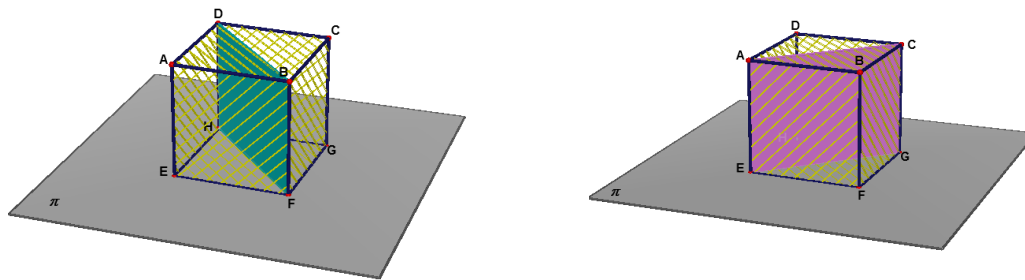


Figura 12: Planos de simetria encontrados por meio das diagonais do cubo

Ao traçar os planos de simetria os alunos concluíram que eles eram determinados de modo semelhante aos eixos de uma figura plana. Dessa observação a professora concluiu que os alunos já estavam transferindo os conhecimentos adquiridos na determinação dos eixos de simetria de figuras planas, para a identificação dos planos de simetria de uma figura espacial.

Ao analisar as construções e conclusões apresentadas pelos estudantes, foi possível verificar que alguns alunos não tiveram problemas para resolver a atividade. No entanto, apesar da pouca dificuldade apresentada, os alunos C e E apenas expuseram suas construções sem relatar como foram obtidas.

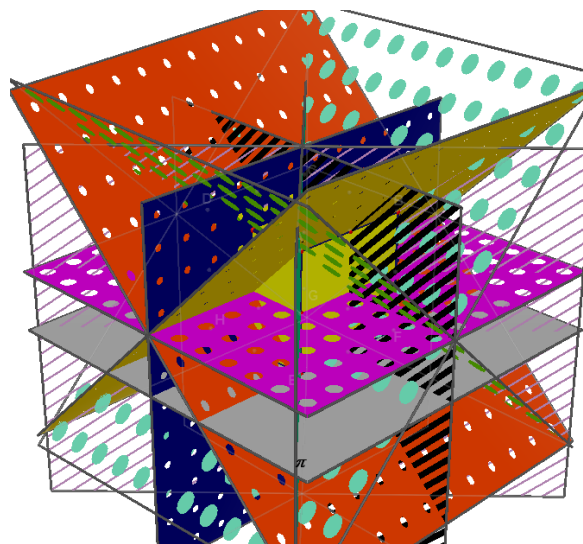


Figura 13: Construção apresentada pelo aluno C

Observa-se que os alunos C e E representaram todos os planos de simetria num só desenho.

O aluno H, encontrou sete dos nove planos de simetrias do cubo. Porém, ele julgou que encontrou os nove, como pode ser visto em sua descrição: “Para encontrar os planos de simetria, usei primeiro os planos que passam nos vértices opostos e também nos pontos médios opostos, assim como na face superior intermediária e inferior”. Observamos que ele considerou as faces superior e inferior do cubo como planos de simetria, de forma errônea, como podem ser visto na Figura 14, feita por ele.

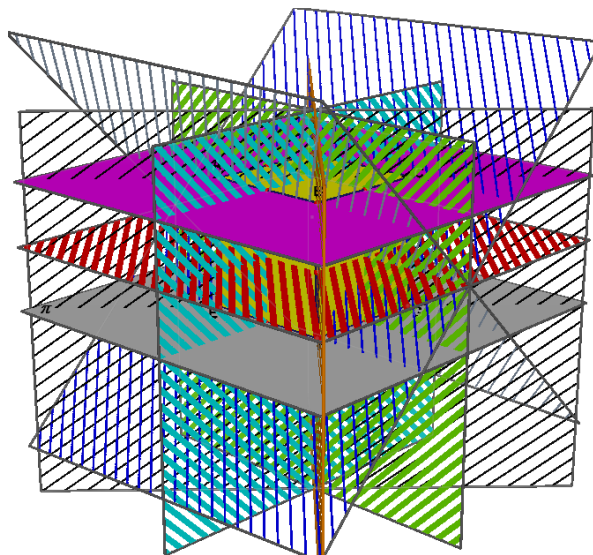


Figura 14: Construção criada pelo aluno H

O aluno considerou esses dois planos como sendo planos de simetria do cubo. Os alunos B, D, F e G, construíram e descreveram corretamente todos os planos de simetria como visto abaixo.

<p>“Foram traçados planos passando pelas arestas reversas”.</p>	
<p>“Foram traçados planos unindo os vértices opostos e, planos passando pelos pontos médios de cada aresta”.</p>	

Quadro 1: Observações e construções realizadas pelo aluno F

Ao traçar os planos de simetria os alunos concluíram que eles eram determinados de modo semelhante aos eixos de simetria de uma figura plana. Dessa observação a professora concluiu que os alunos já estavam transferindo os conhecimentos adquiridos na determinação dos eixos de simetria de figuras planas, para a identificação dos planos de simetria de uma figura espacial.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo deste trabalho foi analisar as contribuições da aplicação de uma sequência didática construída de acordo com os pressupostos da Engenharia Didática e do uso do programa computacional Cabri 3D, para o ensino e aprendizagem das transformações geométricas, para alunos de um curso de Licenciatura em Matemática.

A professora observou durante a aplicação da sequência didática as estratégias e o comportamento dos alunos, além do modo como eles estabeleceram uma relação de apropriação das ferramentas de cada um dos *softwares*, apesar de essas ferramentas terem sido um obstáculo para os alunos no início da aplicação.

De acordo com a confrontação entre as análises *a priori* e as análises *a posteriori*, foi possível observar que os alunos, de modo geral, avançaram em seus conhecimentos geométricos, pois eles demonstraram de alguma forma perceber e reconhecer as transformações geométricas no plano e no espaço, assim como o conceito de reflexão, translação e rotação e suas propriedades. Nesse sentido, a visualização dos movimentos realizados na tela do computador com a ajuda dos *softwares* ajudou-os a construir e a conjecturar acerca dos resultados.

Para Gravina (2001), os ambientes de Geometria Dinâmica incentivam o espírito de investigação matemática, de tal forma que a interface interativa dos *softwares* possibilita a exploração e a experimentação, disponibilizando assim os experimentos de pensamento.

Os *softwares* Cabri 3D e GeoGebra não só auxiliaram na visualização como também ofereceram aos alunos a oportunidade de manipulação virtual de formas geométricas e entes matemáticos, fazendo com que eles buscassem soluções e explorassem as propriedades apresentadas. Outro ponto positivo proporcionado pelo uso dos *softwares* foi a possibilidade de verificar a veracidade das conjecturas. Os alunos podiam comprovar por meio das construções se suas conjecturas eram ou não verdadeiras. Tendo em vista os aspectos observados, pode-se concluir que a visualização proporcionada pelos ambientes computacionais foi de fundamental importância para os alunos na compreensão dos conceitos geométricos envolvidos. Os alunos mostraram-se impressionados com o fato de poderem visualizar os movimentos causados pelas transformações geométricas, assim como de explorar esses movimentos.

Referências

- ARTIGUE, Michèle. Engenharia Didática. In: BRUN, Jean. *Didáticas das Matemáticas*. Lisboa: Instituto Piaget. Horizontes Pedagógicos, 1996. p. 193-217.
- BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- CARNEIRO, Vera Clotilde Garcia. Engenharia didática: um referencial para ação investigativa e para formação de professores de matemática. *ZETERIKÉ*, Campinas, SP, v. 13, n. 23, p. 87 – 119, jan./jun., 2005.
- DIAS, Maria da G. A. Modelagem no Ensino da Geometria. In: GRAPHICA 2007, Curitiba. Anais. Disponível em: http://www.degraf.ufpr.br/artigos_graphica/MODELAGEM%20NO%20ENSINO%20DA%20GEOMETRIA.pdf >. Acesso em: 25/11/2010.
- GRAVINA, Maria Alice; Os ambientes de geometria dinâmica e o pensamento hipotético dedutivo. 2001. Tese (Doutorado em Informática na Educação) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2001.

VI Colóquio de História e Tecnologia no Ensino de Matemática (VI HTEM)

15-19 de julho de 2013, UFSCar, São Carlos, SP, Brasil

(para uso exclusivo do comitê organizador)

GRAVINA, Maria Alice. O *Software* GeoGebra no ensino da Matemática. In: III Semana de Matemática, 2010, Campos dos Goytacazes, Rio de Janeiro. Anais eletrônicos. Disponível em: < <http://www.essentiaeditora.iff.edu.br/index.php/outraspub/article/view/368> >. Acesso em: 15 jan. 2011.

LEDERGERBER-RUOFF, Erika Brigitta. *Isometrias e ornamentos do plano euclidiano*. São Paulo, SP. Atual, 1982.

LIMA, Elon Lages. *Isometrias*. Rio de Janeiro, RJ: Sociedade Brasileira de Matemática, 1996.

PAIS, Luiz Carlos. *Didática da Matemática: uma análise da influência francesa*. 2. Ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

Copyright © 2013 <Liliane Rose Refatti e Eleni Bisognin>. O(s) autor(es) concede(m) licença não exclusiva, aos organizadores do VI HTEM, para publicar este documento no CD de trabalhos completos do evento. Qualquer outro uso é proibido sem o consentimento do(s) autor(es).