

O ENSINO DE FRAÇÕES COMO PREPARAÇÃO DA PASSAGEM DA ARITMÉTICA À ÁLGEBRA

Neide da Fonseca Parracho Sant'Anna

Colégio Pedro II

neidefps@gmail.com

Euclides Roxo destacava a necessidade da conexão entre as várias partes da Matemática e com outras disciplinas do curso. O mesmo Roxo, ao introduzir as frações ordinárias, chama de grandeza tudo o que é suscetível de aumento ou diminuição e oferece como a mais simples espécie de grandeza existente o comprimento de um segmento. Neste contexto se situa a proposta aqui estudada de introduzir o conceito de fração como medida de comprimento de segmento de reta visando à compreensão de fração como número, baseada na abordagem de Hung Hsi Wu. Conforme Wu, quando se deixa de aprofundar o conceito de fração e suas implicações para outros conteúdos matemáticos, acentua-se a fragilidade na passagem do campo aritmético para o algébrico. Disto resultam as dificuldades registradas nessa passagem em diferentes países. Além da preocupação com a formalização e integração dos conteúdos, é notável em Roxo a preocupação em valorizar aspectos mais subjetivos da aprendizagem. Na proposta para o ensino de frações aqui discutida, realizada no Colégio Pedro II, são aplicados esses mesmos princípios. De um lado, o desenvolvimento completo do conteúdo e de outro a concatenação entre a aprendizagem dos conceitos em diferentes níveis, em um contexto de atenção plena aos aspectos subjetivos da aprendizagem. De um lado, a ênfase na compreensão do conceito de fração como número e de outro a ênfase na passagem da Aritmética à Álgebra. Isto foi conseguido pelo emprego de técnicas que propiciaram o envolvimento dos alunos em diferentes estágios da aprendizagem em atividades apropriadas.

Palavras-chaves: Introdução à Álgebra, Ensino de Frações, Euclides Roxo.

INTRODUÇÃO

A História da Matemática envolve a revisão dos conteúdos ensinados ao longo do tempo. Euclides Roxo, ardoroso reformador do Ensino da Matemática no Brasil, tendo colaborado nas Reformas de Francisco Campos e Gustavo Capanema, introduziu em ambas os métodos que preconizou em seu livro “A Matemática na Escola Secundária”, entre outros. Neste livro (Roxo, 1937), no Capítulo VII, discutiu longamente a necessidade da conceituação efetiva e da conexão entre as várias partes da Matemática e entre esta e as outras disciplinas do curso, ressaltando em particular, o ensino conjunto da Aritmética, da Álgebra e da Geometria. Euclides Roxo pertencia a várias associações culturais, entre as quais a Associação Brasileira de Educação (ABE) e foi Presidente da Comissão Nacional do Livro Didático. Frutos desse trabalho, encontramos várias obras no campo da Matemática de Euclides Roxo, bem como alguns trabalhos de contribuição à solução dos nossos problemas de ensino. Já, anteriormente, na Introdução de (Roxo, 1924), mostra sua constante preocupação em relação ao processo ensino-aprendizagem onde afirmava:

Procuramos deixar bem clara e precisa a significação de dada operação elementar. Não receamos, por isso, nos alongar um pouco, quando necessário, as definições, fazendo-as seguir das propriedades relativas [...] A compreensão exacta dessas definições e propriedades tem muito mais importância que a demonstração e o enunciado das regras, o qual, em rigor, podia ser suprimido e

estivemos a pique de fazê-lo: ninguém aprende uma operação decorando a respectiva regra.

No capítulo X de Roxo (1924), trata de frações ordinárias. Chama de grandeza tudo o que é suscetível de aumento ou diminuição e oferece como a mais simples espécie de grandeza existente o comprimento de um segmento. Dela se serve para estabelecer concretamente a noção de número. Neste contexto se situa a proposta de Sant'Anna (2008) de introduzir o conceito de fração como medida de comprimento de segmento de reta visando à compreensão de fração como número, baseada em Wu (2001, 2005, 2011).

Conforme Wu (2001), quando se deixa de aprofundar o conceito de fração e suas implicações para outros conteúdos matemáticos, acentua-se a fragilidade na passagem do campo aritmético para o campo algébrico. Nas palavras de Wu (2001), quando a abordagem de frações é defeituosa, a rampa desmorona, e os estudantes precisam escalar a parede da Álgebra não com uma inclinação suave, mas como um ângulo reto. Disto resultam as dificuldades registradas nessa passagem em diferentes países (BOOTH, 1984, 2005; HART, 1981, KAPUT, 1996; KIERAN, 1992).

Esta preocupação de Wu com a integração entre os conteúdos também já encontramos em Roxo. Roxo (1929) é adotado em 1930 pelo Colégio Pedro II em um novo programa que cria uma unificada disciplina de Matemática, rompendo com a separação entre Aritmética, Álgebra e Geometria. Essa posição, exposta com rigor em seus livros, era defendida também em artigos em jornais e palestras. Além da preocupação com a formalização e integração dos conteúdos, é notável em Roxo a preocupação em valorizar aspectos mais subjetivos da aprendizagem. Por exemplo, em Roxo (1937):

Os interesses do bom ensino exigem que o professor não apenas saiba o que ensinar, mas também conheça a quem vai ensinar, para que o faz e como alcançará o seu desideratum.

Apresenta-se neste trabalho o desenvolvimento de uma proposta para o ensino de frações, realizado no Colégio Pedro II em que se destacam esses mesmos princípios. De um lado a preocupação com a formulação do conteúdo e de outro a concatenação entre a aprendizagem dos conceitos de diferentes níveis, em um contexto de atenção plena aos aspectos subjetivos da aprendizagem. De um lado, a ênfase na compreensão do conceito de fração como número e de outro a ênfase na passagem da Aritmética à Álgebra.

Isto foi conseguido pelo emprego de técnicas que propiciaram o envolvimento dos alunos em diferentes estágios da aprendizagem em atividades apropriadas. O processo é descrito na Seção 3 que é precedido de uma revisão conceitual na Seção 2. Na Seção 4 são discutidos os resultados, destacando-se a importância do relacionamento entre os alunos para a integração dos conteúdos. A Seção 5 conclui o trabalho, destacando a importância dos diferentes aspectos envolvidos.

O ENSINO DE FRAÇÕES

Ao longo dos anos não têm faltado tentativas da comunidade de educação matemática para melhorar o ensino de frações (HART, 1981; NUNES, 1997; GIMENEZ, 1998; LAMON, 1999; BEZUK & CRAMER, 1986; LAPPAN & BOUCK, 1998; ROMANATTO, 1997; MOREIRA, 2004; DARLEY, 2007, entre outros).

A fundamentação teórica sobre a qual se desenvolveu esta proposta de ensino está apoiada, principalmente, no trabalho sobre frações de Wu. Hung-Hsi Wu, professor desde 1973 do Departamento de Matemática da Universidade de Berkeley, envolveu-se com a Educação Matemática a partir de 1992, motivado por suas observações das dificuldades do ensino de Matemática

nas escolas. Wu propõe trabalhar o conceito de fração como medida de segmento de reta, bem como identificar fração como um número e fazer sua representação na reta numérica.

Segundo Wu, existem pelo menos dois gargalos na educação matemática no Ensino Fundamental: o ensino de frações e a introdução à Álgebra. E, na orientação que propõe para o ensino de frações, enfatiza a clareza dos conceitos como um caminho para facilitar a introdução à Álgebra. Ele aponta áreas problemáticas tanto na teoria como na prática do ensino de frações, que podemos brevemente descrever como segue:

- (1) O conceito de fração nunca é definido claramente e sua relação com os números inteiros não é enfatizada suficientemente.
- (2) As complexidades conceituais associadas ao emprego de frações são enfatizadas desde o início em detrimento do conceito básico.
- (3) As regras das operações aritméticas com frações são apresentadas sem relacioná-las às regras das operações com números inteiros, com os quais os alunos têm familiaridade.
- (4) Em geral, explicações matemáticas de quase todos os aspectos essenciais do conceito de fração ficam faltando.

Ao lermos os trabalhos de Wu, encontramos propostas de soluções para as dificuldades enfrentadas pelos alunos. WU (2002, p. 6-7) desenvolve uma nova abordagem para o ensino do conceito de frações, tendo como ideia básica trabalhar o conceito de fração como medida de comprimento de segmento de reta.

Esta ideia é, essencialmente, a mesma de Roxo (1924, Cap. X). Do mesmo modo, a ênfase de Wu no aprofundamento do conceito já se podia encontrar em Roxo (1924, 1937).

Tomando como referência a reta numérica, Wu mostra como esta pode ser aproveitada de tal maneira a levar o aluno a realizar um melhor aprendizado na Álgebra. A expectativa é que, ao ser introduzido no campo algébrico, por meio do ensino de frações, o aluno consiga abstrair-se a ponto de conseguir superar as dificuldades que, de um modo geral, atingem os alunos nessa etapa do processo de aprendizagem.

Segundo WU (2002, p.122), um dos primeiros momentos onde o aluno realmente tem condições de compreender a computação de frações - geralmente no 6º e 7º anos - seria o momento adequado no currículo escolar para começar a enfatizar o componente abstrato matemático e fazer da abstração o elemento central do ensino na sala de aula.

Desta maneira estar-se-ia dando ao aluno uma vantagem na etapa correspondente à introdução à Álgebra. A capacidade de se abstrair, essencial na Álgebra, deve ser desenvolvida tão cedo quanto possível ao longo do currículo escolar. E o ensino de frações constitui oportunidade especialmente adequada para esse fim.

Dando à abstração seu devido lugar no ensino de frações, estaremos facilitando a passagem dos alunos para a Álgebra. Mas, para isto, “*os professores devem ter conhecimento matemático para orientar seus alunos neste assunto bastante sofisticado*” (WU, 2002, p.122).

O assunto de frações é conhecido por ser uma fonte de, nos termos de Wu, “*mathphobia*” (medo de matemática). Se isto não constitui um motivo suficiente para ensinar frações melhor, WU (2005, p.2) cita outro: “*a compreensão de fração é o passo crítico na compreensão de números racionais porque frações constituem a primeira introdução à abstração*” (2005, p. 2).

A forma que Wu propõe para lidar com este problema fica mais clara no seguinte texto:

Enquanto a intuição sobre números inteiros pode ser baseada na contagem dos dedos, a aprendizagem de frações exige antes de tudo uma substituição mental para seus dedos. Precisamos de modo claro dizer o

que é uma fração. Uma fração tem de ser um número, e, portanto a definição de uma fração como 'parte-de-um-todo' não serve. O aluno precisa ver que as frações são a extensão natural dos números inteiros, de maneira que as operações aritméticas +, -, x, e ÷ de números inteiros podem ser estendidas de maneira natural para as frações. (WU, 2005, p.2)

Atualmente não se diz à maioria dos alunos o que significa multiplicar duas frações. Wu cita Kathleen Hart: “*Como podemos multiplicar dois pedaços de pizzas?*” (HART, 2000). Wu sustenta, então, que definir uma fração (ou qualquer número racional) como um ponto da reta numérica através do processo de partição serve admiravelmente para efetuar esta transição. Por exemplo, dividindo ao meio a metade de um segmento de reta, é fácil perceber que a metade de $\frac{1}{2}$ é $\frac{1}{4}$.

O objetivo a ser atingido no ensino de frações consiste menos em capacitar os alunos para realizar as quatro operações de frações com facilidade que em habilitá-los a usar estas operações para resolver problemas.

A EXPERIÊNCIA DIDÁTICA

A proposta de trabalho básica de Wu consiste em aproveitar o ensino do conteúdo de fração como medida de comprimento de segmento de reta para conduzir o aluno à compreensão da fração como número, levando-o naturalmente a perceber as restrições do conjunto dos números inteiros e como as frações estendem o sistema numérico. Nesse processo de generalização, confia-se que o aluno vai desenvolvendo a capacidade de abstração necessária nas etapas seguintes da aprendizagem de Matemática. Dessa forma, nossa premissa é que o conceito de frações, assim colocado, se constitui como um facilitador nesta construção.

De Roxo, por outro lado, empregamos, além da contribuição conceitual no mesmo sentido, a orientação para o envolvimento dos alunos em atividades em que esses conceitos possam ser objeto de investigação prática.

Nessa perspectiva, estudamos na prática as seguintes questões:

1. É possível verificar que se o aluno consegue construir o conceito de fração como número usando a reta numérica e a generalização de padrões numéricos, então consegue dar o salto para a representação simbólica, chegando à abstração?
2. A introdução ao campo algébrico é realizada com mais facilidade quando o conceito de fração é trabalhado como número usando a reta numérica?
3. O trabalho de construção de fração como número usando a reta numérica pode influenciar positivamente no desempenho global do aluno em Matemática?

Um dos primeiros passos a ser dado para colocar em prática esta nova abordagem era a escolha da série onde melhor pudéssemos introduzir este conceito. O desafio seguinte foi conciliar a proposta curricular do Departamento Pedagógico de Matemática, inserida no Projeto Político Pedagógico do Colégio, com a do projeto inovador, uma vez que, ao final do ano letivo, os alunos são submetidos a uma prova única, por disciplina, na Unidade Escolar. Nossa escolha recaiu no 7º ano, antiga 6ª série, na qual os baixos índices de aprovação estavam aliados ao fato de ser essa a série, segundo a nossa programação, onde se inicia o trabalho envolvendo termo desconhecido e os conceitos de variável e incógnita.

Passamos, então, a planejar essa experiência pedagógica.

A experiência foi realizada em uma turma regular de 7º ano, do Colégio Pedro II e envolveu um dos conteúdos considerado pela comunidade de educação matemática como ponto de

estrangulamento. Uma sequência de atividades foi formulada com o objetivo de desenvolver no aluno o pensamento algébrico - considerando como ponto de partida o conceito de fração como medida de comprimento. Damos ênfase a frações equivalentes, ordenação na reta numérica e operações numéricas.

Os resultados registrados ao longo do trabalho corresponderam à abordagem conceitual adotada, mas avaliamos que refletem, sobretudo, o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem propiciado por aspectos subjetivos do relacionamento em sala de aula entre os alunos e entre estes e os professores.

Invariavelmente em quase todos os Encontros de Matemática surgem sempre as perguntas:

- Quais os dispositivos mediadores para uma aprendizagem eficaz:
- O que o aluno entende?
- O que de fato aprende?
- Quais os nós dessa aprendizagem?

Não temos dúvida de que o ensino da Matemática, nas últimas décadas, tem procurado inserir-se no contexto do aluno. Tem-se efetivamente buscado inserção mais direta das atividades escolares de Matemática na realidade pessoal de cada aluno. Salvo, talvez, o estudo da comunicação em língua nacional, ela é, hoje, no ensino fundamental e no ensino médio, a disciplina que mais extrai do dia a dia das pessoas as situações de que trata.

A pesquisa foi desenvolvida na Unidade Escolar Centro (UEC) do Colégio Pedro II. Desenvolveu-se em turma escolhida aleatoriamente, composta de 35 alunos com idade média de 12 anos, sendo 20 meninas e 15 meninos. Desses 35 alunos, 29 provinham da própria Unidade, sendo 25 oriundos da turma 504, 1 da turma 502 e 2 da turma 506, 1 aluno repetente. Uma aluna veio transferida da Unidade Escolar Humaitá II. Os outros 5 vieram transferidos por Mandado de Segurança.

Na segunda etapa da experiência, no ano seguinte, tivemos a colaboração da professora regente da turma formada por 28 alunos oriundos da turma acima descrita e outros dez alunos, da própria Unidade Escolar ou transferidos de outra Instituição de Ensino. Nosso alvo nessa segunda etapa era verificar se o aluno a partir da construção de fração como número usando a reta numérica e a generalização de padrões numéricos, conseguia atingir à representação simbólica, chegando à abstração, facilitando dessa forma sua introdução no campo algébrico.

As atividades dessas aulas foram desenvolvidas ora individualmente, ora em dupla, permitindo identificar o crescimento de cada aluno envolvido na pesquisa. Cada uma das atividades atendia a um objetivo específico. Incluíam tarefas com frações usando a reta numérica, tarefas de Álgebra e finalmente tarefas combinando esses dois conteúdos.

Foi distribuído, para cada aluno, o material com o qual trabalhamos: o caderno de campo, no qual o aluno registrava a correção de provas e testes, uma pasta onde guardavam as folhas que foram distribuídas ao longo da pesquisa e, o livro didático trabalhado paralelamente, “Matemática para todos”, de Luiz Marcio Imenes e Marcelo Lellis, utilizado na pesquisa, coleção adotada pelo Colégio Pedro II, a partir de consulta aos professores, do 6º ano ao 9º ano.

Esta coleção é a que mais se aproxima da nossa proposta pedagógica: ajuda o aluno no desenvolvimento do raciocínio, favorece o modo de pensar independente e contribui para que aprenda a tomar decisões. Além disso, convida os leitores a pensar, em vez de dar receitas prontas, propõe problemas ao invés de enfatizar exercícios repetitivos e mecânicos, procura relacionar a matemática com diversos aspectos do mundo em que vivemos. É um material que exige que o leitor se concentre, raciocine e trabalhe. Foi usado adequando-o, sempre que necessário, ao nosso trabalho da pesquisa.

Durante todo o ano, foram feitos registros no caderno-diário, pontuando o que foi planejado juntamente com o que realmente foi implementado, como também atividades acadêmicas desenvolvidas no Colégio, tais como, “Semana da Cultura”, Olimpíadas de Matemática: Olimpíada Brasileira das Escolas Públicas - OBMEP; Olimpíada Brasileira de Matemática – OBM. Foram registradas, também, as alterações devidas a paralisações, greves, etc.

Além de testes diagnósticos no início de cada ano letivo, foi aplicado ao longo do ano letivo, um total de quinze outras avaliações, entre elas, testes individuais, testes em dupla, trabalhos em grupo, incluindo neste total a prova institucional, bem como a prova de avaliação final.

Os exercícios propostos tiveram como objetivo desenvolver no aluno o pensamento algébrico - considerando como ponto de partida o conceito de fração como medida de comprimento. Damos ênfase a frações equivalentes, ordenação na reta numérica e operações numéricas, empregando a definição assim formulada em cada atividade.

A ideia básica dos exercícios e problemas oferecidos em testes, provas e desafios ao longo do ano letivo foi, sempre, aproveitar o conteúdo de frações como rampa para o aluno desenvolver seu pensamento algébrico. Quando introduzidos na Álgebra, os estudantes precisam perceber os aspectos em que ela generaliza a Aritmética. Desta forma, a Álgebra aparece como uma versão mais abstrata e mais geral das operações aritméticas com números inteiros, frações e decimais. Há aí generalização no sentido de que a Álgebra vai além do cálculo de números específicos e em vez disso foca nas propriedades que são comuns a todos os números sob discussão, sejam eles frações positivas, números inteiros, etc.

Além de documentado na forma referida acima, o desenvolvimento do programa foi registrado, aula após aula, em controle próprio da professora regente da turma. Estes registros constituíram a base para as análises desenvolvidas.

Ao iniciarmos o ano letivo, os alunos foram informados de que iríamos desenvolver um trabalho de pesquisa e eles seriam os principais protagonistas. Toda a programação estabelecida pelo Departamento de Matemática do Colégio seria respeitada, mas a ordem dos conteúdos, em alguns momentos do ano letivo, não seria a mesma como das outras duas turmas. Entretanto, podiam ter certeza que ao final do ano, a Prova Institucional na Unidade Escolar, única para todas as turmas da série e do turno, seria a mesma para as três turmas e, eles estariam aptos a fazê-la. Conversamos sobre os benefícios que teriam enquanto turma envolvida, mas, em contrapartida, os deveres que esta implicação traria. Formaríamos uma equipe: professor x alunos.

Em reunião com os responsáveis, foi-lhes comunicado que a turma de seus filhos havia sido escolhida para desenvolver uma pesquisa em Matemática e precisava do apoio dos mesmos. O controle com as tarefas de casa seria imprescindível. Teríamos sempre uma bateria de exercícios e contava com eles no sentido, principalmente, da cobrança, em casa, da feitura dos mesmos.

No início do ano letivo cada aluno recebeu um “caderninho”, no qual deveria registrar o gabarito das provas e testes transcorridos ao longo do ano e uma pasta transparente de várias tonalidades, onde guardariam as folhas complementares com exercícios ou similar. Cada um personalizou sua pasta, com desenhos ou outras características identificados com seu perfil. De tempos em tempos, se realizava uma “vista de pasta”.

ENTROSAMENTO ENTRE OS ALUNOS

O Colégio Pedro II tem uma tradição de paradigma da escola pública de massa e de boa qualidade. Essa tradição está assentada em uma atenção aos conteúdos programáticos, especialmente na área da Matemática, iniciada por Euclides Roxo. Em “Lições de Arithmetica”, de 1924, de Matemática elementar, mostra desde seu início sua constante preocupação com as atividades de integração entre os conteúdos no processo de ensino-aprendizagem. Vejam-se mais detalhes a este respeito em Pitombeira (2004).

No trabalho aqui relatado, essa preocupação de Roxo foi explorada adicionalmente na utilização de alunos da turma em papel de monitores. O contato entre alunos em diferentes níveis de desenvolvimento da abstração propiciou a concatenação dos conteúdos no desenvolvimento da aprendizagem de cada um dos alunos.

Um dos caminhos naturais para que qualquer trabalho em grupo dê certo é que haja um bom relacionamento entre seus participantes. No primeiro ano da pesquisa, salvo pequenas exceções, o grupo de alunos era oriundo do mesmo concurso de acesso ao Colégio. No ano seguinte, tivemos um acréscimo de 10 alunos. Com o desenvolvimento do sistema de monitoria entre os alunos, ao mesmo tempo em que se conheciam melhor, os estávamos colocando em pé de igualdade de conhecimento.

Utilizamos como parâmetro para escolha de monitores da turma alunos que no trimestre, tivessem alcançado média igual ou superior a sete:

- Era um ato voluntário;
- Caso o aluno concordasse em participar do processo terá sob sua responsabilidade no máximo três alunos;
- As aulas de apoio aconteceram em turno inverso, com listas de exercícios elaboradas pelo professor regente, enfocando os conteúdos que apresentaram maior índice de erros nas avaliações;
- O monitor tinha acesso às listas em aula anterior da monitoria. Caso sentisse alguma dificuldade, havia um espaço de tempo para que o professor pudesse orientá-lo.

A metodologia utilizada mostrou-se muito eficaz na fase, em que se incorporaram alunos vindos de outras instituições de ensino. Para esses novos alunos, o entrosamento com os antigos, era fundamental.

Ao iniciarmos o processo não obtivemos muitos adeptos por parte dos que necessitavam ser ajudados. Tínhamos, na verdade, um número excessivo de monitores. Os que necessitavam de ajuda tinham que superar velhos hábitos, ou seja, chegar mais cedo ao Colégio, fazer listas de exercícios extraordinárias, além das propostas no dia a dia das aulas regulares, e muito mais, vencer a vontade de “não estudar”.

Procurávamos, então, durante as aulas regulares, chamar a atenção da turma dos avanços e do interesse dos que estavam participando deste trabalho. À medida que os outros não participantes percebiam que de fato, estava acontecendo uma modificação, paulatinamente, o número de adeptos passou a ser significativo neste estudo de grupo.

A escolha era orientada, até pela necessidade de equilíbrio e melhor aproveitamento desse trabalho. Entretanto, alguns monitores já vinham com a escolha pronta. A professora tentava, e por vezes conseguia, que alterassem esta escolha, “apelando” para que levassem em conta a necessidade de agregar ao grupo alguém rejeitado pelos outros. Os alunos ajudados, a esta altura, se entrosavam com facilidade conseguindo explicar aos colegas monitores, numa linguagem informal, suas dúvidas.

O desempenho da turma como um todo apresentou melhorias significativas. Durante as aulas, o comportamento disciplinar não apresentava nenhuma anormalidade e sim a inquietude natural de alunos da faixa etária de 11-13 anos. Pouco a pouco, percebia que trabalhavam na sala de aula com mais tranquilidade.

Os testes aplicados ao longo dos dois anos demonstram o sucesso da experiência. Amplo detalhamento dos resultados desses testes pode ser encontrado em Sant’Anna (2008).

CONCLUSÃO

Foi descrita neste artigo a experiência transcorrida em uma turma regular de 7º ano, do Colégio Pedro II que envolve um dos conteúdos, considerado pela comunidade de educação matemática como ponto de estrangulamento.

É necessário destacar que os resultados registrados ao longo desse trabalho refletem um aspecto do desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem, propiciado pela abordagem adotada, mas independente dos conteúdos ensinados ou a ordem do desenvolvimento dos mesmos.

A experiência realizada teve também um fator que nem sempre, na disciplina Matemática, tem sido muito desenvolvido: o vínculo afetivo positivo do professor com seus alunos, parceiros da implementação de uma inovação. Assim sendo, foi essencial que se desenvolvesse, ao longo das aulas, um ambiente de investigação, de busca do conhecimento e, principalmente, de diálogo entre professora e alunos, e entre os alunos entre si e também nas atividades em equipe. Parte importante do sucesso da metodologia adotada deve ser atribuída a essa dimensão do desenvolvimento do trabalho.

Referências

- Booth, L. R. (1984). *Algebra: Children's Strategies and errors*. Windsor: Nefr-Nelson.
- Hart, K. ((1981). *Children's Understanding of Mathematics*: 11-16. London: John Murray.
- Kaput, J. J. (1996). Uma línea de Investigación que sustente la reforma del Álgebra. *UNO - Revista de Didáctica de las Matemáticas*, v. 9, pp. 85-89.
- Kieran, C. (1992). *The Learning and Teaching of School Algebra. Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. NCTM: Université du Québec: Montreal.
- Pitombeira de Carvalho, J. B. (2004) Euclides Roxo e as polêmicas sobre a modernização do ensino da matemática. In: VALENTE, W. R. (Org.). *Euclides Roxo e a modernização do ensino de Matemática no Brasil*. Brasília: Editora UnB.
- Roxo, E. M. G. (1937). *A Matemática na Escola Secundária*. Biblioteca Pedagógica Brasileira – Atualidades Pedagógicas – Série 3ª, vol. 25, São Paulo: Companhia Editora Nacional.
- Roxo, E. M. G. (1924) *Lições de Arithmetica*. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 2ª Edição.
- Roxo, E. M. G. (1929) *Curso de Matemática Elementar*. Rio de Janeiro: Francisco Alves.
- Sant'Anna, N. F. P. (2008). *Práticas Pedagógicas para o Ensino de Frações objetivando a Introdução à Álgebra*, tese de doutorado, PUC-Rio.
- Wu, H. (2001). How to prepare students for algebra. *American Educator*, v.2, pp. 10- 17.
- Wu, H. (2005). *Key Mathematical Ideas in Grades 5-8*. Technical report # 3840 Department of Mathematics. C. Berkeley September 12, 2005. Apresentado no NCTM 2005.
- Wu, H. (2011). *Understanding Numbers in Elementary School Mathematics*, American Mathematical Society.

Copyright © 2013 Neide da Fonseca Parracho Sant'Anna. A autora concede licença não exclusiva, aos organizadores do VI HTEM, para publicar este documento no CD de trabalhos completos do evento. Qualquer outro uso é proibido sem o consentimento da autora.